

Zajęcia nr. 1

Kurs matematyki w ORATORIUM

24 lutego 2006

1 Zadania

Zadanie 1. Określ czy dany ciąg jest arytmetyczny, geometryczny, zbieżny, ograniczony, monotoniczny:

(a) $a_n = 2 \cdot 2^n$

(b) $b_n = 6n - 7$

(c) $c_n = \sqrt[n]{4^n}$

(d) $d_n = 3^n + 3$

(e) $\begin{cases} e_0 = 0 \\ e_{n+1} = 2 \cdot e_n \end{cases}$

(f) $\begin{cases} f_0 = 1 \\ f_{n+1} = 2 + f_n \end{cases}$

Zadanie 2. Niech $x_1 \neq x_2$ oznaczają pierwiastki równania $-x^2 = -6mx + 5m^2$, gdzie m jest parametrem rzeczywistym. Znajdź taką wartość parametru m dla której wyrażenie $x_1^2 + x_2^2$ osiąga największą wartość.

Zadanie 3. Dla jakich wartości parametru m równanie:

$$4^x + 4m \cdot 2^x + 4m^2 = 0$$

ma dokładnie jedno rozwiązanie.

Zadanie 4. Niech (Ω, P) będzie przestrzenią probabilistyczną. Niech $A, B \subset \Omega$ będą pewnymi zdarzeniami niezależnymi o niezerowym prawdopodobieństwie. Czy zdarzenia te mogą być rozłączne?

Zadanie 5. Rozwiąż nierówność:

$$5^{\log_{\frac{1}{5}} x} \geq 5x$$

Zadanie 6. Niech będą dane zbiory:

$$A = \{x : |\sin x| = 1\} \quad B = \{x : \frac{2x}{\pi} \in \mathbb{C}\}$$

$$C = \{x : x^2 \leq 0\}$$

Wyznacz:

(a) $A \cup B$

(c) $A \setminus B$

(e) $A \cup C$

(g) $A \cup (B \cap C)$

(b) $A \cap B$

(d) $A \cap C$

(f) $(A \cup B) \cap C$

(h) $(A \cup B) \cap B$

Zadanie 7. Korzystając z odpowiedniej definicji, pokaż, że funkcja $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ dana wzorem $f(x) = \frac{1}{x}$ jest malejąca. Czy funkcja $g: \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ dana wzorem $g(x) = \frac{1}{x}$ jest malejąca?

Zadanie 8. Niech liczby 4, 15, m będą bokami pewnego trójkąta. Niech funkcja f przypisuje podanej liczbie wartość obwodu tego trójkąta, przy czym nieznaną bok m otrzymuje wartość argumentu funkcji f . Wyznacz dziedzinę funkcji f .

Zadanie 9. Dane są punkty $A = (0, 0)$, $B = (\sqrt{2}, \sqrt{3})$, $C = (\sqrt{3}, 3\sqrt{5})$. Znajdź współrzędne punktu D , tak by aby punkty $ABCD$ były wierzchołkami pewnego równoległoboku.

Zadanie 10. Sześcian o boku a przecięto płaszczyzną przechodzącą przez przekątną podstawy i nachyloną do płaszczyzny pod kątem $\frac{\pi}{6}$ radianów. Wykonaj odpowiedni rysunek, a następnie oblicz pole otrzymanego przekroju. (**Wersja trudniejsza:** kąt jest parametrem α – podaj ogólny wzór na pole przekroju.)

2 Zadanie domowe

1. Na następne zajęcia proszę przypomnieć sobie następujące tematy:
 - **funkcja liniowa:** wzory, własności, równoległość i prostopadłość prostych,
 - **równania, nierówności i układy równań liniowych:** istnienie rozwiązań, różne metody rozwiązywania,
 - **funkcja kwadratowa:** wzory ogólne, Viete’a, współrzędne wierzchołka, wyróżnik (delta), rozwiązywanie równań i nierówności, własności.
2. Jeśli dzisiaj nie zdążymy rozwiązać wszystkich zadań, proszę mieć spróbować je rozwiązać na następne zajęcia. W razie problemów służymy pomocą – przez cały tydzień za pośrednictwem internetu: Witek – ja@houp.info, Marta – maja777@wp.pl.

Przypominamy również, że mamy w planach sprawdzanie zadań domowych – także ogólnie mówiąc lepiej mieć coś zrobione.

3 Ogłoszenia

1. Po zajęciach piątkowych zapraszamy na nabożeństwa młodzieżowe o godzinie 19.00 w dolnym kościele.
2. Zapraszamy również na spotkania młodzieży akademickiej, które odbywają się we wtorki o godzinie 19.30 w kaplicy zakonnej (wejście przez Oratorium lub furtę domu zakonnego).
3. Od dnia 2 marca, w każdy **czwartek w godzinach 16.15–17.30**, na Uniwersytecie Gdańskim odbywać się będą wykłady z matematyki dla uczniów liceum i wszystkich zainteresowanych. Więcej informacji: <http://math.univ.gda.pl/news-html/odczyty2>. Jeśli ktoś jest zainteresowany uczestnictwem, prosimy o kontakt. Wyjazd z Rumi pociągami o godzinie 15.20.
4. Jest plan aby utworzyć drugą grupę dla naszych zajęć. W związku z tym proszę o internetowy (albo jakiś inny;) kontakt w sprawie najdogodniejszych terminów! Obie grupy nie różniłyby się poziomem nauczania – jedynie dniem i godziną (i być może prowadzącymi).

4 Kontakt

Wszelkie informacje o kursie powinny być dostępne na stronie internetowej:

<http://www.salezjanie.rumia.pl/math>