Mój pierwszy artykuł w systemie LaTeX

Ja i tylko ja

26 kwietnia 2006

Spis treści

1 Wstęp

1.1 Co mnie skłoniło aby napisać ten tekst

A było to tak . . . Dawno, dawno temu. Za górami i lasami. Za łąkami, ścieżkami, rzekami, morzami, łąkami (a nie łąki już były), daleko za Redą — ogólnie bardzo daleko stąd, byłem sobie **ja**.

Wstałem rano i pomyślałem: *O tak, napiszę coś w LaTeX*. Jak pomyślałem, tak i zrobiłem. Oto jest ten tekst!

1.2 Uzasadnienie matematyczne

Wszystko jest wnioskiem z poniższego twierdzenia.

Twierdzenie 1.1 (Fubini)**.** *Zachodzi wzór:*

$$\int_{\mathbb{R}^2} f(x,y)d(x,y) = \int_{\mathbb{R}} \int_{\mathbb{R}} f(x,y)dxdy = \int_{\mathbb{R}} \int_{\mathbb{R}} f(x,y)dydx$$

Dowód. Będziemy rozpatrywali przypadki, w zależności od komplikacji funkcji f.

I. Funkcja f jest funkcją charakterystyczną zbioru mierzalnego A, czyli:

$$f(t) = \chi_A(t) = \begin{cases} 1 & t \in A \\ 0 & t \notin A \end{cases}$$

II. Funkcja f jest funkcją prostą, mierzalną. Jest więc kombinacją liniową skończonej ilości funkcji charakterystycznych pewnych zbiorów mierzalnych:

$$f(t) = \sum_{i=1}^{n} c_i \chi_{A_i}$$

III. Funkcja f jest nieujemna, mierzalna. Istenieje więc ciąg funkcji prostych, mierzalnych, nieujemnych, zbieżny monotonicznie do f.

□

2 Zadania

Zadanie 2.1. Oblicz granicę:

a) $\lim_{n\to\infty} \frac{1+\frac{1+\frac{1}{n}}{n}}{\sin n}$ b) $\lim_{n\to\infty} \frac{2^{n-1}}{2^{2n+7}}$ c) $\lim_{n\to\infty} \frac{1+\frac{1+\frac{1}{n}}{n}}{\sin n}$ d) $\lim_{n\to\infty} \frac{2^{n-1}}{2^{2n+7}}$